# Más y menos. Las fronteras, la noche. Lógica, Matemática y Ciencias

Edgardo Adrián López, albertonascimiento616@gmail.com

Pesquisador del *Instituto Brasileño de Estudios Contemporánoes* (*IBEC*) – São Paulo, Brasil

CV en *Plataforma Lattes* en http://buscatextual.cnpq.br/buscatextual/visualizacv.do?metodo=apresentar&id=K4351199P6

"… *Un espíritu de … mezquina chicana, los impulsa a desgarrarse unos a otros …*"

Antoine Marie Joseph Artaud[1]

"… *En cada instante … de la escritura o de la lectura, en cada momento de la experiencia poética, la decisión debe conquistarse sobre un fondo de indecidibilidad …*"

Jackie Elyah Derrida

"… *infinitas veces se nos han presentado las mismas opiniones*"

Karl Heinrich Mordejái Marx Levy

En los tiempos actuales, existen muchos para los que "… *no se trata tanto de comprender al otro como de vigilarlo*"

Gilles Deleuze

Artaud, Antoine Marie Joseph (Mayo de 2005): *En plena noche o el* bluff *surrealista*, nota 4, p. 10. En

[1] La investigación fue publicada en http://www.eumed.net/rev/cccss/26/teoremas-godel.html, pero con un sinnúmero de divergencias con el original.

http://www.philosophia.cl/biblioteca/artaud/noche.pdf [(poco antes, había protestado contra el pobre Marx –p. 6 <las alteraciones son nuestras>)]

Derrida, Jackie Eliahou (Febrero de 2006): *El monolingüismo del Otro o la prótesis de origen*, p. 61. En https://es.annas-archive.org/search?index=&page=1&q=derrida+del+otro+&sort= [las modificaciones son ajenas]

Marx Levy, Karl Heinrich Mordejái (1987): *Tesis Doctoral*. México, Premià editora de libros, S. A., p. 69.

Deleuze, Gilles (1987): *Foucault*, Barcelona, Editorial Paidós Ibérica, S. A., p. 15. Se podría obtener otra versión, en https://es.annas-archive.org/search?index=&page=1&q=deleuze+foucault&sort=.

## I. Actualizaciones, objeciones y ampliaciones a Kurt Friedrich Gödel

### I a. Lo común de una simple Introducción

En lo que anunciamos en el subtítulo "I a.", pueden distinguirse dos enormes estrategias.

En la primera, se reformulan los teoremas del admirado por Albert, *estirándolos*, por un lado, para otros sistemas lógicos ["Los teoremas de Incompletitud de Gödel. Parte III: Incompletitud" (abrir en http://cs.cinvestav.mx/~gmorales/TeoGodel/08teogo03.pdf)].

Con dicha elección se procura, idénticamente, otorgarle a la formulación de 1931 de los dos principales teoremas de Friedrich, un aspecto moderno que eluda las objeciones de los que encuentran qué protestar respecto al amigo de Einstein.

Por el otro, se deducen teoremas implícitos en Kurt (los lógicos y matemáticos emplean el barbarismo de "Incompletitud" que, por prurito de estilo, escogimos obviar).

En la segunda tendencia, existen los que opinan que el admirador de Albert cometió yerros sustanciales en la fundamentación de su teorema

de Incompletud –cf. León, Antonio (2011): *El teorema de Gödel*. *Una aproximación crítica algo informal*. Salamanca, SƏfeCreative.

El Ingeniero Helios pincela que Friedrich se equivocó en definir la idea de "indecibilidad" y que supuso que era plausible detectar con facilidad cuándo una expresión carecía de valor de verdad. En particular, no es probable delimitar, en el lenguaje natural, cuándo un sintagma es indecidible.

Si bien el *charrúa* se limita a debatir la indecibilidad en los lenguajes naturales, al atacar la noción de que puede no ser sencillo detectar cuándo una expresión tiene valor de verdad, socava los teoremas de Gödel, a causa de que la idea de "indecibilidad" es central en los mencionados teoremas.

Las afirmaciones del español y del colega uruguayo, me recuerdan una polémica de 1992, a propósito de Gödel, con el multifacético Doctor en Antropología Social, Carlos Reynoso que, en esos años, aleccionaba en *Problemas Antropológicos Contemporáneos*, en la Universidad Nacional de Rosario, provincia de Santa Fe, Argentina, de acuerdo a lo que consta en su abultada trayectoria, sin que nadie le haya espetado que sea "todólogo" {ir a http://carlosreynoso.com.ar/ [digo que me traen a la memoria ese añejo debate, no que sean lo mismo (sin embargo, el Doctor Reynoso era de la opinión de que Friedrich había errado en aspectos esenciales en sus teoremas)]}.

El Profesor desmanteló en privado mis humildes intentos de volver accesible a Friedrich y las ampliaciones que pretendía para el ámbito de las Ciencias Sociales {no obstante, ese artículo se publicó con referato, en la Universidad del Zulia, Maracaibo, República Bolivariana de Venezuela –cf. la pesquisa en http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1012-15872009000100002&lng=es&nrm=iso y en http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci_issuetoc&pid=1012-158720090001&lng=es&nrm=iso (home)]}.

Los pensadores a los que el Doctor Reynoso aludía eran otros en 1992, que los que discuto en 2013 –Antonio y Pazos– [este último, escribió, sin temblor ninguno, "Error en Gödel. Indecibilidad en el lenguaje natural. De Epiménides a Gödel", que es el artículo más frontal y osado (también se podría ir a https://fliphtml5.com/ghht/amzn/basic/)].

A la primera tendencia, pertenece el Doctor Guillermo Morales Luna, de México, el cual generaliza la demostración de la Incompletud para los lenguajes formales, hasta incluir a Goodstein y otros.

## I b. Los teoremas de Incompletud de Gödel. Parte III: Incompletud

### I $b_1$. Alrededor de lo indecidible

Buscaremos ofrecer una sistematización más rigurosa de Friedrich, de lo que lo intentamos en otras investigaciones.

En ese ordenamiento estricto, eliminaremos yerros que nosotros mismos cometimos y a los cuales, no es posible detallarlos (cf. http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1012-15872009000100002&lng=es&nrm=iso).

Idénticamente, enumeraremos los teoremas de Gödel, no respetando su apuesta de 1931, sino otra que nos sea útil para lo que anhelamos.

El lógico mejicano, redacta 3 artículos breves altamente técnicos (ir a http://cs.cinvestav.mx/~gmorales/TeoGodel/08teogo01.pdf y a http://cs.cinvestav.mx/~gmorales/TeoGodel/08teogo02.pdf). Optamos por comentar el tercero (http://cs.cinvestav.mx/~gmorales/TeoGodel/08teogo03.pdf), porque allí se concreta la "modernización" del amigo de Einstein.

Lo que le ruego al lector, es que tenga paciencia, que no desespere y que intente concluir con el artículo.

La Lógica o Aritmética de Peano (AP), se caracteriza por definir los cuantificadores, las operaciones de Teoría de Conjunto como "unión" e *intersección*, y los signos "<", =, ">", entre otros. Asimismo, es capaz de incluir como subconjunto al Conjunto de los Números Naturales.

Uno de los primeros ítems de partida es que los Número Naturales, son una Aritmética de Peano [1 –el 3 es igual a sí mismo; es mayor que 2; es menor que 4; etc.].

El otro enunciado es que la AP detenta al menos, un enunciado $\beta$ tal que él o su negación ("¬ β") no son demostrables dentro de la Aritmética de Peano [2].

También, AP debe cumplir la exigencia de coherencia tal que *β* y "¬ β", no sean argumentables dentro del sistema, siendo que *β* **o** "¬ β", son ciertas sin que ambas lo puedan ser [3 –conocemos que *verdadero*, "correcto", *exacto*, "cierto", no son sinónimos pero los empleamos para eludir las enojosas redundancias que afean el estilo].

Friedrich acudió a enunciados auto recursivos o que aludían a sí mismos [4].

A partir de ello, estableció que no todas las funciones son demostrables si son recursivas [5]. Por añadidura, no cualquier relación, por ejemplo, de implicación entre dos enunciados, es comprobable, si aluden a sí mismas [6].

O en otras palabras, existen funciones y relaciones entre enunciados que no son demostrables dentro de la Aritmética de Peano, por carecer de valor de verdad [7].

Que a un enunciado le falte valor de verdad, significa que se *bambolea* entre ser cierto y falso, sin poder determinarse si la expresión es verdadera o incorrecta.

Sea el enunciado *β*.

Lo que proferimos es que "β" se refiere a sí mismo y dice que es indemostrable [8].

Si *β* es exacto, entonces es falso, porque puede argumentarse que no puede inferirse en AP. Y si es incorrecto, es verdadero a causa de que se comprueba que "β" es indemostrable. O sea, que tanto *β* como "¬ β", no son deducibles en la Aritmética de Peano y tales expresiones carecen de valor de verdad definido, si ese lenguaje lógico habrá de ser consistente o estar libre de incoherencias.

En alguna escala, lo que significa lo precedente es que el Principio del Tercero Excluido NO ES un Principio esencial [8 a]. Si ni *β*, ni "¬ β" son indecidibles, no se puede elegir entre *β* o "¬ β", por lo que no es factible aplicar el Principio del Tercero Excluido, el cual queda en suspenso (agregado de 04 de Agosto de 2024, 02, 01 hrs.).

Por convención, se denomina a los Números Naturales como una estructura que es *ω–consistente*. Un lenguaje que es "ω/coherente" es consistente, sin más [9].

Una estructura lógica que subordinase a los Números Naturales como un subconjunto, sería *ω–consistente* y, por [9], sería coherente.

Ahora, si AP fuese "ω–consistente", no podría deducir ni *β* ni "¬ β". La Aritmética de Peano sería un sistema incompleto [10].

[10] es lo que podemos bautizar como el *Primer Teorema de Incompletud de Gödel*, tal cual fue desplegado en un lenguaje altamente formalizado en 1931, a los 25 años del austríaco –en la esfera de la Lógica, la Matemática y la Teoría de Conjuntos, Friedrich fue como Einstein para la Física; tal es la revolución y la conmoción que ocasionó Gödel en su juventud.

En otras palabras, una estructura lógica que fuese tan potente como para incluir como subconjunto a alguna clase de Aritmética o a los Números Naturales, detenta juicios que no poseen valor de verdad estable o bien, es un sistema incompleto.

El "Segundo Teorema de Incompletud" es que la AP que sea sólida u *ω–coherente*, no puede decir de sí misma que es consistente [11], por [7]. En efecto, el enunciado es recursivo y ahora hace objeto de la descripción de su coherencia, a la Aritmética de Peano completa. Como vimos, por [7] sabemos que algunos enunciados que hablan de sí mismos, no pueden inferirse desde el lenguaje en el que se formulan.

Si el enunciado que sostiene que AP es consistente, se auto incluye, con lo que cae en la paradoja de ser un "β" que, siendo parte de la Aritmética de Peano, habla de AP como si no fuera miembro de la Aritmética de Peano y, en simultáneo, describe a AP, perteneciendo a la Aritmética de Peano y, por lo tanto, *β* habla de sí mismo.

Un lenguaje ilógico podría albergar esa paradoja [12] y en esa imaginaria AP incoherente, cualquier enunciado sería demostrable, hilvana Friedrich.

Un *Tercer Teorema de Gödel* que zurfila el Doctor Morales, sería el de que, aceptando que en la Aritmética de Peano nos topamos con enunciados que son indecidibles y que no son demostrables, porque no tienen valor de verdad fijo y "oscilan" entre lo cierto y lo falso, se puede argumentar que lo indemostrable o indecidible, es argumentable que es indemostrable [13].

El *Cuarto Teorema de Incompletud* es que todo lo que sea deducible con lógica en AP, será argumentable, siempre que no sea indecidible, manteniéndonos en el registro de la Lógica o de la Matemática [14 –un juicio puede ser demostrable y careciendo de valor de verdad, puede ser argumentable por estrategias metalógicas o metamatemáticas].

## I $b_2$. Cinco teoremas

Después de eso, el mexicano infiere que el "0" puede decirse en el lenguaje de Goodstein y establecerse que el *cero* es el número mínimo de los Enteros [15].

Ello no podía lograrse en la Aritmética de Peano ni tampoco, en los Números Naturales. El "0" era un dato que había que asumir.

El conjunto de los Enteros se define como la sucesión *cero* + *n*. However, no puede demostrar la necesidad del 0.

AP, al apoyarse en los Números Naturales y al ser ω–consistente, por igual se haya constreñida a no inferir el cero.

Este número esencial para dar lugar a la sucesión de los Naturales y a la formación de su Conjunto, tiene que demostrarse con la "serie de Goodstein".

El artificio matemático establece que en la citada sucesión existe un *mínimo*, a partir del cual la serie crece del modo "0 + n" para los Enteros, porque el cero es el mínimo con el que se inicia la sucesión de Goodstein [16].

Deducido el 0 para los Números Enteros, se obtienen los negativos y con la unión del Subconjunto de los Enteros y del Subconjunto de los Números Negativos, se logra el Conjunto de los Naturales.

El "Quinto Teorema de Friedrich", que sí fue articulado por Gödel explícitamente, estipula que un *lenguaje* que sea ω–coherente, que es más potente que un sistema consistente, como la Aritmética de Peano, que es ω–coherente con respecto a otras estructuras formales que son únicamente, consistentes y no ω–coherentes, puede demostrar lo que el nivel jerárquico inferior, que es el sistema que es sencillamente, consistente, no puede [17].

El admirado por Albert dedujo pues, [2], [7], [8], [9], [10 –*Primer Teorema de Incompletud*] y [11 –"Segundo Teorema de Incompletud de Gödel"].

De las disquisiciones de Friedrich, se pueden inferir [8 a –que impugna que el Principio aristotélico del Tercero excluido sea <u>siempre</u> nodal], [13 –*Tercer Teorema* (agregado) *de Incompletud*] y [14 –"Cuarto Teorema (añadido) de Incompletud de Gödel"].

En paralelo, la Incompletud sirve para demostrar que el cero no puede ser definido ni en AP ni al interior de los Enteros.

Para respaldar la necesidad del 0, hay que apoyarse en una argumentación del tono de la serie de Goodstein [16 a].

En este caso, la estructura formal de la sucesión de Goodstein es ω–coherente con respecto a los Números Enteros tal que, en comparación con el grado de formalización de la serie mencionada, el Conjunto de aquellos números queda como, simplemente, consistente [16 b].

De [16 b], se infiere el *Quinto Teorema de Incompletud*, que pertenece al universitario de Princeton [17].

En cuanto a los objetores, son dos los que, en su momento, levantaron polvareda.

Uno de ellos, es Antonio León y el otro es Helios Pazos.

## I c. El teorema de Gödel. Una aproximación crítica informal

### I $c_1$. Los teoremas se predican de sistemas ω–consistentes

Antonio León opina, en p. 61, que [10 –"Primer Teorema de Incompletud"] supone que, en una estructura sólida como la de los Números Naturales, la de la Aritmética de Peano y en un esquema sustancial de los lenguajes formales análogos, existen enunciados que, a pesar de ser verdaderos, no pueden demostrarse [i].

Ya aquí detectamos una equivocación, porque [10] establece que la Lógica a la que se aplica el teorema es un sistema que es ω–coherente y no sencillamente, consistente [–i] (injertaremos el guión para resaltar el error).

Efectuado el desembrague, el resto del comentario es exacto, porque es cierto que Friedrich argumenta que hay proposiciones indecidibles que no pueden demostrarse.

Ahora bien. Más adelante veremos que existe un caso peculiar por el que una sentencia sin valor de verdad fijo, puede asumirse en calidad de axioma. Sin embargo, no es a este ejemplo al que alude el ibérico.

Repetimos. Lo que el docente en Princeton sentencia es que, si un lenguaje es ω–coherente y lógico, no se pueden argumentar los enunciados que no poseen valor de verdad estable, a menos que se acuda a un truco metamatemático del cual hablaremos y que informamos *ut supra*.

De [i], p. 61, el autor infiere que los lenguajes formales no pueden demostrar todos los enunciados verdaderos [ii].

Eso es correcto, pero hay que subrayar que lo que se desprende de [10] es que un sistema lógico que tiene que ser ω–consistente y que no puede, simplemente, ser coherente. Si no, no puede, a su vez, hacer decidible algunos de sus enunciados.

O sea, que es incapaz de determinar el valor de verdad de todos sus enunciados o bien, que no puede eludir que existan enunciados que, siendo consistentes, "oscilen" entre ser ciertos o incorrectos, sin que el lenguaje formal pueda determinar si el enunciado que se *bambolea* es verdadero o falso [–ii (el símbolo "–" quiere decir, también, *anti*, por lo que tenemos "anti ii", en este caso)].

Lo que recuerda el escritor en p. 63, es que el amigo de Einstein, aritmetizó las estructuras lógicas, asignándole a cada conector, signo de puntuación, operadores, números primos y enteros {iii [abrir http://pt.slideshare.net/rafael.mora/los-teoremas-de-incompletud-de-kurt-gdel, pp. 4, 6; cf. Nagel, Ernest y Neuman, James R. (Diciembre de 2006): *El teorema de Gödel* –ir a https://kupdf.net/download/el-teorema-de-gdel-de-ernest-nagel-amp-james-r-newman_59e00c6908bbc5c75fe65879_pdf, p. 42]}.

La idea genial era encontrar un modo en que las inferencias se apoyasen en un sistema en el cual todos confíen y nadie pueda dudar de esa estructura, sin cercar cada palabra, tal cual lo señala la Paradoja de Richard. Los argumentos se acodarían en los Números Naturales, los que son ciertos, no son protestados y pueden respaldar la verdad de un juicio.

## I $c_2$. Los teoremas de Friedrich no socavan el Principio de No Contradicción

Con eso, Kurt afirmaba que un enunciado que careciera de correspondencia con los Números Naturales, no podía ser demostrado por el sistema [iv].

Lo que es dicho, necesita ser amortiguado.

Si [iv] quiere expresar que, cuando ubicamos enunciados que no tienen un número natural asociado, sea número primo o entero, esa sentencia carece de valor de verdad definible, lo que dice el ibérico que critica al admirador de Albert, es exacto.

Porque a partir de allí, el sintagma que no poseyera un número natural enlazado con el enunciado, al no detentar un valor de verdad fijo, que "oscila" entre lo cierto y lo incorrecto, sin poder acotarse si la expresión es verdadera o falsa, ese enunciado, lo reiteramos…, impide que la estructura lógica pueda ser hábil para demostrar, no que una sentencia es verdadera, sino que una expresión que carece de valor de verdad, no puede desambiguarse para que detente un valor de verdad preciso.

En p. 69, el español avanza y enuncia que la fórmula que es indecidible en [10] es *esto que digo no es demostrable* [v].

A lo que expresa el ibérico, le falta un complemento: el enunciado G de Kurt sostiene que "lo que enuncio, al no poseer valor de verdad definido, es indemostrable" o más directamente, *esta sentencia dice de sí misma que no puede delimitarse si es exacta o no es cierta* [–v]. Sin embargo, **no en cualquier sistema sino en un lenguaje lógico que sea ω/coherente" y no, sin más ni más, consistente**.

En efecto. Si lo que anuncio no puede calificarse como verdadero o falso, y si la expresión es correcta, es porque pudimos fijar que es verdadera. Al delinear que es cierta, nos percatamos que es inexacta, a causa de que el sintagma nos advertía que no era ni verdadera ni falsa, y fuimos aptos para establecer que no es correcta. No obstante, al ser inexacta, es verdadera, a raíz de que es cierto que no se puede acotar si es correcta o no. Y otra vez, a iniciar el círculo de las demostraciones…

Una estructura P que alberga ese tipo de enunciados es un sistema que es incapaz de decidir o fijar el valor de verdad de una expresión como la glosada [vi –acá, en p. 70, el español, da en el blanco al entender lo que esgrimía Friedrich].

La crítica del ibérico radica en que el enunciado "lo que digo no puede ser adjudicado a un valor de verdad, tal que el sintagma sea cierto o

inexacto, sin 'oscilar' de un lado a otro", viola el Principio de No Contradicción [vii –p. 71].

Si el enunciado es verdadero, tenemos que p =› p [viii].

Si la expresión es falsa, p =› ¬ p.

En lo global, p =› p y ¬ p [ix].

Si el desmantelamiento del universitario de Princeton, se acoda en eso, el español **no entendió a Gödel**, porque Kurt sostiene que, para eludir la posibilidad absurda de [ix], el enunciado **no tiene que ser contradictorio y, en consecuencia, de él no puede inferirse p Y ¬ p, en simultáneo** [–ix].

En este momento es necesario recordar la advertencia de que existe un ejemplo en el que una sentencia sin valor de verdad estable, puede ser convertida en un Axioma y de él, pueden inferirse corolarios. Pero ello es un caso particular que se discutirá *ut infra* y que no es lo que se está debatiendo ahora.

## I $c_3$. Primer "clinamen" o desvío

Cuando a mis 22, afrontaba la Lógica de los Teoremas metamatemáticos del admirado por Einstein, al tiempo que desde antes lidiaba con las ecuaciones de la Mecánica Cuántica y con las de la Relatividad General, sin que el brillante Profesor Maximiliano Paesani (Facultad de Humanidades, Salta, Argentina), acredite lo que difundo, le comenté mis investigaciones sobre el académico de Princeton, al genial Doctor en Física, Thomas Hibbard, de la Universidad Nacional de Salta. Leyó mis manuscritos, con sumo interés, respecto a los teoremas del amigo de Albert y salvo una que otra acertada corrección, me confesó que había asimilado bastante bien el espíritu de los teoremas de Kurt, a esa edad, cuando el docente de Princeton, había difundido sus teoremas a sus 25 años.

Animado por el respaldo, que a mi amigo Thomas Hibbard, le costó atender largas llamadas por teléfono, durante meses, con una paciencia de Buda…, porque debía topársela con un obsesivo, le comenté que había quienes delineaban que el admirado por Einstein, se había equivocado. Me contestó sin inmutarse que los que enunciaban eso, lo más plausible es que no pudieran ni glosar los teoremas de Friedrich,

haciéndolos medianamente, accesibles, ni demostrarlos por sí mismos. Luego de 34 años y sabiendo que, en 11 de Febrero de 2016, mi querido amigo Thomas Hibbard, falleció, sin compartir aquellas largas tertulias sobre Mecánica Cuántica y los números transfinitos de Cantor, puedo suscribir lo que ese estimado Profesor, sentenciaba.

A propósito de Cantor, una de las sanas polémicas que teníamos con el Doctor Hibbard, cuando yo era estudiante de grado y cosechaba burlas por ocuparme de asuntos que no guardaban relación con Humanidades, fue que ni Cantor ni, aparentemente, Gödel, habían demostrado que los números transfinitos de Cantor, que se simbolizan como *áleph* o "א", eran los infinitos más grandes.

Recientemente, encontré que una de las preocupaciones de Friedrich en torno al *Problema del Continuo* –que no puedo explanar aquí– y de si el "Axioma de Escogencia" era o no coherente, con la *Hipótesis del Continuo* (lo que, por igual, no puedo detallar en este espacio), que le insumió al universitario de Princeton, los suspiros de 1940, fue precisamente, que era altamente probable que hubiese infinitos mayores que los cardinales transfinitos. Así que, en parte, estaba equivocado con relación a que el amigo de Albert, no se había percatado de la posibilidad de números más grandes en su infinitud que los "álephs", pero en cierta escala, yo había acertado en que era factible que existieran *súpercardinales* –cf. http://www.eumed.net/rev/cccss/25/infinito.html.

## I d. "Error en Gödel. Indecibilidad en el lenguaje natural. De Epiménides a Gödel"

### I $d_1$. ¿Friedrich se equivocó? La noción de *indecibilidad* no se usa para el lenguaje natural

La pesquisa del uruguayo Helios Pazos emerge como más incisiva, pero no deja de caer en interpretaciones desajustadas (ir a https://fliphtml5.com/ghht/amzn/basic/).

Le envié mi diatriba a su e/mail y contestó el 11 de Diciembre de 2013, a las 22, 07 hs. y el 12 de igual mes, a las 17, 42 hs.

La primera de las respuestas fue amable; en la segunda, rechazó todo lo que pacientemente, argumenté, negando que haya abordado lo que manifiestamente, habló en su breve artículo.

Esta segunda contestación, amerita ser señalada por la intransigencia del uruguayo, al no aceptar que se demuestre que el equivocado es el Ingeniero y no Friedrich.

La primera respuesta, puede ser tenida en cuenta para afinar lo que pensábamos difundir sin la consulta previa a quien deconstruimos. La otra contestación, es lamentable e indigna de un científico…

Antes de responder mi pesquisa, me informó que el "Axioma de Elección" quedó obsoleto por el Teorema de Banach–Tarski.

En palabras directas, aunque no precisas, el *Axioma de Escogencia* anuncia que, antes de fundamentar una Lógica o una Matemática, es factible optar por los elementos que integrarán esa Lógica o Matemática. Una vez elegidos tales componentes sustanciales, la Lógica o Matemática tendrá que desplegarse de acuerdo a los puntos de partida establecidos.

De Banach y Tarski se desprende que la Geometría es un elemento de la Matemática, lo que es correcto.

Si el "Axioma de Elección" es sólido, no puede dar lugar a derivaciones contradictorias. Pero eso es lo que acontece con una operación geométrica.

Los pensadores en lid, postulan que dividamos una esfera en ocho secciones. 5 de esas partes, tendrán una determinada forma y tres, otra, porque podemos optar por estas elecciones, acatando el *Axioma de Escogencia*.

Los 8 fragmentos, detentan bordes irregulares, de manera que si re ensamblamos las secciones en que se partió la esfera, es plausible obtener la misma bola o dos esferas. O sea, que de una bola pueden nacer 2 esferas o una, según hilvanemos las partes.

Esto que es un "clinamen" o desvío, puede licuarse del siguiente modo intuitivo, *id est*, no matemático y en lenguaje natural, como le agradaría enunciar al "charrúa".

Banach y Tarski, optan porque el cuerpo geométrico sea una bola y no otro cuerpo. Eligen que la esfera sea rebanada en ocho secciones y no en cualquier otro número. Optan porque cinco de esas partes, sean

con bordes irregulares y las otras 3 secciones, lo sean con otros contornos.

En suma; los matemáticos aludidos, aplican **implícitamente**, el "Axioma de Elección". Su *intención* es mostrar que el "Axioma de Escogencia" tiene que desestimarse porque lleva a incongruencias pero, para eso, arrancan aplicando el *Axioma*, con lo cual, la incoherencia es de Banach y Tarski y no del "Axioma". Los matemáticos en escena, caen en el círculo vicioso de que para rechazar el *Axioma de Elección*, optan por basarse en el "Axioma".

En nuestro modesto parecer, el silogismo propicio hubiera sido no partir implícitamente del *Axioma*, demostrando que lleva a incongruencias con otras condiciones que no supongan la intervención del "Axioma de Escogencia" en el inicio de lo argumentado.

Pero como no pudieron realizar eso, al no ser capaces de no emplear implícitamente el *Axioma*, lo que demostraron con un éxito que es un fracaso, es que, cualquier argumentación contraria al "Axioma", **no puede no considerar** el "Axioma". Cuando se busca socavar el *Axioma*, implícitamente, se lo usa para desmantelar el "Axioma". Lo que Banach y Tarski demostraron sin quererlo, fue lo que describimos.

Con razón, alguien podría interrogar qué hacemos con el asunto que de una bola, pueda armarse una esfera o dos bolas, según se ensamblen las 8 partes.

La incoherencia estaría en que las dos esferas tuvieran idéntico volumen. Banach y Tarski lo sostienen, pero en el papel, no con cortes reales en un cuerpo real. Si de la bola seccionada en ocho fragmentos salen dos esferas concretas y no de fórmulas, una de ellas es de menor volumen que la otra, aunque sea en una cantidad microscópica.

Si así no fuera, Banach y Tarski no refutarían el *Axioma de Elección*, sino también la Geometría, la Física, entre otras ciencias. Por esta reducción al absurdo, es que el "Teorema" discutido no es un teorema en lo mínimo, sino una demostración en papel de algo ingenioso. Es un falso teorema.

Lo que se infiere de Banach y Tarski es que diluir el *Axioma de Escogencia*, licúa **todas las Ciencias Exactas, y Físico/Químicas**. La "carambola" argumenta más de lo que se propone, con estribaciones catastróficas para el saber actual. Inclusive, para ellos mismos, dado que, al liquidar los conocimientos del Siglo XXI, erosionan las propias bases desde las que piensan.

Se enfrenta la situación de que Tarski posee la razón o el mundo tal como es en el saber, está equivocado.

Concretada la digresión, volvamos a lo que nos atarea.

Por el correo del Ingeniero Pazos, modifiqué el subtítulo de este apartado, a raíz de que él se opuso a que, en su investigación sobre el austríaco, hablase de los teoremas en general.

En un comienzo, el uruguayo aceptó que se ocupó específicamente, de lo que sucede cuando se intenta traducir la categoría *indecibilidad* en lenguaje natural, de la noción de "indecibilidad" y de lo que ocurre en los instantes en que Gödel, para argumentar sus teoremas, emplea el lenguaje natural o de *sentido común*, en las palabras que el "charrúa" giró a mi e–mail. However, en su segundo mensaje, el Ingeniero negó todo lo que pincelamos, nada más que por oponerse y por negar lo que es evidente que sí anunció.

De cualquier forma, adoptaremos lo que el colega uruguayo suscribió que sí difundió, en su primer correo.

Su aclaración, lo único que me empuja a efectuar es a ajustar el blanco; nada más.

Regresando al asunto del cretense, es probable, y yo mismo lo sugerí en otros *topoi*, que Kurt se haya inspirado en la Paradoja de Epiménides, que sostiene que él, siendo cretense, ventila que todos los cretenses son mentirosos.

Diferentes lógicos, entre ellos, Bertrand Russell, procuraron diluir la paradoja con disímiles argumentos.

El charrúa ataca la Paradoja de Epiménides (https://fliphtml5.com/ghht/amzn/basic/), que no es que no posea solución ni que sea una equivocación. Hasta que asomó Gödel, no había cómo situar ese tipo de enunciados en la Lógica; con Friedrich se encontró la respuesta. Esa clase de expresiones, **por aproximación y analogía** con los sistemas formales que son ω/consistentes, dado que los lenguajes naturales ni siquiera son coherentes…, es indecidible, no es demostrable y no posee un valor de verdad acotado, tal que pueda elegirse si el juicio es verdadero o falso [a].

El charrúa desestima lo que acabamos de reseñar, con la mera insistencia de que él no se afanó con el austríaco "in toto".

Por lo demás, pincela que, por una serie de construcciones que él sostiene, que son una mejora de la demostración de Russell, de que hay que distinguir entre el juicio objeto y la sentencia que se enfoca en la proposición objeto, se argumenta que la Paradoja del cretense, es una falsa paradoja [b].

Sin ocuparnos de ese fortalecimiento de la demostración de Russell, nos atarearemos en argumentar que la Paradoja de Epiménides, no fue solucionada y que sí es una paradoja, en virtud de que es el equivalente en los lenguajes naturales, de un juicio que es indecidible en un lenguaje formalizado [$-b_1$].

Si conseguimos demostrar que lo precedente es así y lo es, no es preciso ocuparnos de lo que el Ingeniero edificó para aplanar la Paradoja del cretense [$-b_2$].

Por añadidura, delinea que, así como en la Paradoja de Epiménides, insiste un error de base que permitiría decidir si el sintagma es verdadero o falso, Gödel cometió un yerro análogo, parecido, similar, en el inicio de la demostración de la indecibilidad y de la Incompletud [c].

En su primer correo, subraya que es eso lo que a él le importa y que, en el fondo, no se atareó con Friedrich. Otra vez, sea lo que fuere, a gusto de a quien nosotros intentamos socavar –aclaramos que, en su otro mensaje, se opone inclusive a [c], afirmando descaradamente, que eso es una interpretación absolutamente, gratuita de mí.

No obstante, lo que enunciamos acodándonos en el primer correo y en la propia confesión del colega uruguayo es que, por más que su interés no haya sido discutir a Gödel, debiera haber presentado una exposición de Kurt, menos sumaria de la que efectuó. Y no porque le indiquemos cómo tiene que redactar, tal cual ironizó en el mail en alusión a mi estilo, sino debido a que, cuando uno dirá que alguien de la talla del austríaco, se equivocó, tiene que explicar lo que Gödel postuló, dado que es lo que demanda, no Adrián López, sino el canon de las demostraciones y de lo científico.

Por respetar esa exigencia de racionalidad o de cientificidad, es que me afané en leer el mamotreto del español y el artículo, línea por línea, del Ingeniero.

Además, al jaquear la noción de *indecibilidad*, el charrúa desmantela a Friedrich, a pesar de que no sea su objetivo, porque, tal cual lo adelantamos, la idea de que un sintagma puede carecer de valor de verdad es sustancial en Gödel.

Notemos que el Ingeniero dice que Kurt se empantanó en un error en una parte del comienzo de la demostración, pero no establece ni que la indecibilidad, ni que la Incompletud no existan [d –en el colmo de la deshonestidad intelectual, en su segundo mail, da a entender que ni siquiera se afanó en colorear eso… (con sus denegaciones, con sus presuntas refutaciones de lo que comprendí, con sus oposiciones a todo lo que enuncio, deja la sensación de que no entendí su investigación, que no posee ni la décima parte del vuelo de lo que concretó Friedrich, al que sí comprendí a cabalidad, a diferencia de él, quien no asimiló ni el título de los escritos de Gödel)].

Concedamos por dialéctica argumentativa, que Kurt se haya equivocado en elegir la fórmula a partir de las que la falta de valor de verdad y la Incompletud podrían demostrarse. Eso no quita que lo indecidible y la Incompletud puedan argumentarse con otro comienzo y con un enunciado mejor escogido, como el inicio que apostillamos respecto al Doctor Luna [–d].

Observa el uruguayo en su correo, que no era su horizonte demostrar o atarearse con todo lo que pronunció el austríaco, sino que su objetivo era más modesto. Apreciar qué acontecía con la indecibilidad en el lenguaje natural y si es tan fácil o no, definir qué posee valor de verdad, tal cual imagina Gödel (a todo eso lo rebota en su segundo mensaje…).

Sin embargo, por lo que el Ingeniero nos comunicó y por el título mismo de su pesquisa, es que cincelamos que la indecibilidad no puede predicarse con respecto a los lenguajes naturales, excepto que elevemos un sinnúmero de cláusulas, que es lo que no ejecuta el uruguayo.

En términos estrictos, la dificultad de acotar el valor de verdad de una sentencia se aplica a estructuras ω/consistentes. Si esto es así, Friedrich no se equivocó.

De nuevo, el charrúa nos sale al encuentro con que a él no le interesan ni lo ω–consistente, ni lo coherente, ni los sistemas lógicos; el asunto es otro (¿**cuál**…?). Como fuere, si emplea el concepto de "indecibilidad", debe hablar algo de lo que señalamos y no en virtud de que lo diga yo, sino porque es lo que estipula el arquetipo de los silogismos y de lo científico.

Ahora, si queremos estirar la noción de *indecibilidad* hasta que se refiera al lenguaje natural, ya no estamos en el terreno de Kurt y apelamos a un uso no exacto de la idea de carencia de valor de verdad. Estamos procediendo por metáfora.

Peor todavía: ¿cómo aspiramos a argumentar que Gödel se equivocó en el empleo del concepto de "indecibilidad", sin abordar los Teoremas de Friedrich como teoremas? Si no procedemos de esa manera, la demostración de que, presuntamente, Kurt erró, es defectuosa, a causa de que acudimos a una categoría que implica, por el canon de los argumentos…, aludir, aunque más no sea, al corpus del que se extrae la idea de la ausencia de valor de verdad en determinadas proposiciones.

## I $d_2$. Estribaciones de un Teorema inspirado en el austríaco

Por lo demás, a pesar de que sea monótono y aunque el Ingeniero diga que no se afanó en lo que abocetaremos, es preciso recordar que *in stricto sensu*, los teoremas de Gödel de Incompletud se aplican a estructuras que son ω–consistentes y que con, una aguda laxitud, se puede aceptar, mediante incontables reservas y pausas, ampliarlos hasta abarcar los lenguajes naturales, y hasta incluir a los enunciados e hipótesis de las Ciencias Sociales (que es lo que procuré, dando "saltos mortales"…, en http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1012-15872009000100002&lng=es&nrm=iso&tlng=es).

En este punto, el colega uruguayo volvió a insistir en que lo que sugerimos no es su problema; que él no se ocupó del asunto de la "indecibilidad". A eso, le dimos una respuesta *ut supra*: la categoría de la falta de valor de verdad en ciertos juicios, nos conduce a hablar de los teoremas en los que se emplea la noción de "indecibilidad". En consecuencia, si bien el Ingeniero se ocupó de cómo podría funcionar la carencia de valor de verdad en el lenguaje natural, idénticamente, se tendría que haber atareado con lo que, de Friedrich, hubiera sido adecuado para el tema de la *indecibilidad*.

Como nosotros obedecemos el arquetipo de una argumentación que demanda estar informado del corpus que opera como mero "trasfondo", proclamamos que los teoremas de Gödel para sistemas ω/coherentes o para estructuras formales consistentes, **no son trasladables sin más ni más, a los lenguajes naturales ni a las afirmaciones o hipótesis de las ciencias sociales**, sin que se deban concretar desembragues por doquier que, en su momento, ni siquiera yo efectué con la necesaria parsimonia.

Con eso, el charrúa manifiesta acordar porque subraya que no era con lo que él se afanó; ahora confiesa que sí se ocupó de la "indecibilidad" o de lo que fuere, cuando era algo que negaba por obstinación y mentecatería –retengamos que, en su desdichado segundo correo, enuncia que se concentró en otros ejes, temas que no son los que procuró desmotar.

Para iniciar su postura, el Ingeniero traduce [10] a una expresión que pondera homóloga: *esto que digo es una sentencia verdadera que es indecidible* [e].

El uruguayo, en su primer mail, impugna.

Evalúa que soy yo el que enuncio que lo que él expresa es una sentencia equivalente a un enunciado del austríaco. No es así de ninguna manera, porque si el Ingeniero afirma que "esto que digo es una sentencia verdadera que es indecidible", está pincelando que lo que escribe es, al menos, parecido a lo que Gödel delineó. Y es eso lo que no aceptamos; no por capricho, sino porque Friedrich no dijo lo que el charrúa le hace proferir.

La equivalencia de [10], sería, como lo hemos argumentado, que *lo que afirmo es un enunciado que es imposible de detectar si es cierto o incorrecto*. O más directamente, "esta sentencia dice de sí misma que es indemostrable" [$-e_1$].

Si es verdadero, el sintagma es falso, porque anunciaba que no se podía concluir que el enunciado fuera cierto o incorrecto. Si es falso, es verdadero, a causa de que la expresión sostenía que no se podía demostrar que fuera inexacta o correcta.

La expresión homóloga a la que articuló el admirado por Einstein, es la que acabamos de colorear y no la que ingresa el Ingeniero, a la que descompondrá en tres oraciones. Sin embargo, como lo argumentaremos *ut infra*, todavía ahí, se equivoca.

Pazos comete dos errores adicionales.

Enuncia que, si traducimos los teoremas de Gödel, en especial, el de Incompletud, p. 6, a lenguaje natural, no siempre se puede detectar si un sintagma puede calificarse, con obviedad o facilidad, que sea verdadero o que no sea cierto [f]. El yerro consiste en que no está hablando de Friedrich, sino de otro Tema, Problema y Objeto de estudio, que no eran las preocupaciones de Kurt [–f]. Tal como lo establecimos, los "sistemas", si es que pueden calificarse de esa suerte…, que serían

**los lenguajes naturales, no son ω/coherentes sino**, cuando mucho, **consistentes** y realizando enormes concesiones.

Haciendo un gigantesco favor y sin las amortiguaciones ineludibles, ese Tema, Problema y Objeto de pesquisa podría ser más bien, el de determinado Wittgenstein, el de Searle, el de Derrida –recordemos el epígrafe…–, el de Husserl, entre otros.

El uruguayo protesta. Sentencia que él habla de la "indecibilidad" y de si es fácil o no, detectar cuándo, en lenguaje natural, algo no posee valor de verdad. Concedido.

Volvemos al asunto de que la *indecibilidad* **no se predica de los lenguajes naturales** [$-c_1$].

Sigamos.

El otro error es que machaca que Gödel demuestra que una sentencia indecidible es verdadera [g]. Cuando desmantelemos los tres sintagmas en los que descompone el que, aparentemente, es "charrúa", la proposición de Friedrich, apreciaremos que [g] tiene que articularse de otro modo.

Pazos impugna, pero no lo asisten las argumentaciones, con respecto a que lo que Gödel dijo tiene que redactarse de otra manera.

Antes de seguir, el académico de Princeton diferencia entre *proposiciones*, "juicios", *fórmulas*, "enunciados" y *sentencias*, lo que no podemos concretar aquí por cuestiones de estilo. Pero la no distinción entre "fórmulas", *proposiciones*, "juicios", *enunciados* y "sentencias" al comentar a Gödel o la no advertencia de que no son lo mismo, es otro yerro.

No obstante, remarcamos que el quiebre más grave es que [g] no es exacto. Lo que lo que el docente de Princeton aboceta es que un enunciado que no tiene valor de verdad y que, por ende, no puede acotarse como acertado o incorrecto, sin que la sentencia se bambolee de un lado a otro, ocasiona que en un sistema ω–coherente *L*, haya expresiones que son indecidibles [$-g_1$].

Como "Sexto Teorema (añadido) de Incompletud" y de acuerdo a mis charlas informales con el Doctor Hibbard, lo que implica que existan enunciados indecidibles es que una estructura *M* que sea ω–consistente, puede aceptar la sentencia indecidible en calidad de Axioma en su sistema [$-g_{2\ a}$], con la reserva de que **no toda proposición**

**indecidible puede convertirse en un Axioma, en cualquier estructura formal ω/coherente, por más potente que sea** [$-g_{2\,b}$].

I $d_3$. Otras consecuencias apoyadas en Friedrich

El "Octavo Teorema (agregado) de Incompletud" es que **siempre habrá enunciados indecidibles, en sistemas ω–consistentes, que permanecerán indecidibles** [$-g_3$].

El "Noveno Teorema (añadido) de Incompletud" es que **NINGÚN SISTEMA LÓGICO O MATEMÁTICO ω–coherente, PODRÁ HACER DECIDIBLES TODAS LAS PROPOSICIONES INDECIDIBLES** [$-g_4$] y, por consiguiente, habrá sentencias indecidibles que permanecerán como tales.

El "Décimo Teorema (agregado) de Incompletud" es que las estructuras formales o matemáticas ω–consistente, **NO PODRÁN RESOLVER TODOS LOS PROBLEMAS POR CUANTO HABRÁ ENUNCIADOS INDECIDIBLES QUE NO PODRÁN CONVERTIRSE EN AXIOMAS** [$-g_5$].

Lo precedente se puede pregonar diciendo que ninguna Lógica o Matemática ω–coherente, podrá ser tan poderosa como para formalizar completamente, todos los mecanismos de inferencia (cf. http://cs.cinvestav.mx/~gmorales/filcomp/node3.html). Esa limitación intrínseca de los lenguajes matemáticos o lógicos ω/consistentes, es una necesidad para que sean coherentes e implica que el conocimiento humano que emplee estructuras matemáticas o formales, **es incapaz de logizarlo todo**. Lo que es otra manera de decir que el saber humano es más amplio que la Matemática y la Lógica.

De esa última frase, el colega se burla como si él fuera una asombrosa lumbrera, para después no aceptar que se lo critique, negando que lo que despliego sea una interpretación siquiera aproximada, de lo que él enunció, cuando los que lean su artículo podrán percatarse, imparcialmente, que mi glosa a su investigación está pegada a la letra.

El tema es que reyectar la indecibilidad, es repeler la Incompletud y, a su vez, es no aceptar los teoremas de Gödel.

Lo precedente significa, por una cadena de inferencias, recusar que la Matemática, la Lógica y las Ciencias no son todo lo que pueden articular varones y mujeres. Lo que es caer en una postura no racional y cuasi supersticiosa. Es un "supersticionema" apoyar la Matemática, la Lógica y las ciencias hasta creer que no existe nada más que eso.

Lo que está implícito en Kurt, es una honda captación de las fronteras del conocimiento y hasta dónde podemos refugiarnos, como especie, en la Matemática, en la Lógica y en las Ciencias.

Antes de avanzar, impugnar la noción de que puede haber proposiciones a las que les falte valor de verdad, es contrariar, aunque sea un poco, la Incompletud y esto es acunar que la Matemática y la Lógica, con la suficiente complejidad como para albergar una Aritmética o a los Números Naturales son, al mismo tiempo, sólidas y completas. O sea, es asumir que la Matemática y la Lógica, son consistentes y completas, que es lo que Friedrich demuestra que no puede ser [$-g_6$].

La Matemática y la Lógica con la habilidad para hacer Aritmética, son coherentes e incompletas [$-g_7$].

Es viable añadir un *Onceavo Teorema de Incompletud*. Si existen juicios que, careciendo de valor de verdad acotado, no pueden tornarse Axiomas y si hay enunciados a los que les falta valor de verdad definido en sistemas ω/consistentes, es plausible que el número de sentencias sin valor de verdad y que la cantidad de juicios que carecen de valor de verdad, aumenten a medida que poseamos lenguajes que sean hábiles para bordear lo complejo de lo que se investigue [$-g_8$].

## I $d_4$. Indecibilidad y contraejemplo

Retomando el aliento, como cualquier axioma es acertado, lo que supone el "Sexto Teorema" es que, en una estructura M que sea ω/coherente, un enunciado indecidible puede ser vuelto un Axioma de M y, en consecuencia y por consideraciones metamatemáticas, puede asumirse, **sin poder demostrarse**, que la sentencia indecidible, por ser indecidible, es un Axioma que tiene un valor de verdad [$-g_{2\,a}$].

A eso y según lo que cita el "charrúa", el amigo de Albert lo expresa de un modo formalizado:

de un enunciado que "… *dice de sí* (*mismo*) *que no es deducible se sigue* … *que* (*esa sentencia*) … *es verdadera, pues* (*la proposición*) … *no es deducible [ya que no es decidible]. La sentencia indecidible en el sistema* (*M*) *ha sido* … (*deducida*) *mediante consideraciones* (*metalógicas*) …" {ir a Pazos (Abril de 2013): 8 [cf. Gödel, Kurt Friedrich (1981 h): "Sobre sentencias formalmente indecidibles de *Principia Mathematica* y sistemas afines", p. 57, en Gödel, Kurt Friedrich (1981 a): *Obras completes*. Madrid, Alianza Editorial, S. A., pp. 53–87 <retengamos que, el juicio sin valor de verdad al interior de la Lógica o de la Matemática, puede cincelarse decidible, no por la Lógica ni por la Matemática, sino por evaluaciones metalógicas…>]}.

En el colmo de su falta de respeto de las pautas discursivas para los debates racionales y científicos, me tipea la cita en calidad de un escupitajo, como si la ignorase…, cuando es él el que no la asimiló tal cual correspondía. *Ut infra* apreciaremos que, en su silogismo en torno a esta cita, que me la arroja a la cara, lo que él pone en el lugar de la conclusión, es una de las premisas.

Evalúa que c) es "G es verdad", cuando c) es *G, que es indemostrable, puede volverse decidible, convirtiéndolo en un Axioma, por ponderaciones metamatemáticas*.

Lo que olvida el Ingeniero de la cita del austríaco, son los lexemas "consideraciones metalógicas" –eso le pareció incomprensible al uruguayo, cuando es evidente que nos referimos a "… *decidida mediante ponderaciones metamatemáticas* …").

Tal cual lo delinean Nagel y Neuman en su agudo libro en torno a Friedrich, una fórmula que, siendo verdadera, no puede argumentarse dentro del lenguaje P y, no obstante, se la torna deducible, es a raíz de que el enunciado en juego, no se lo infiere

"… *de* … *axiomas* … *, sino por un argumento* (*metalógico*) …" {ir a Nagel, Ernest y Neuman, James R. (Diciembre de 2006): *El teorema de Gödel* [cf. https://kupdf.net/download/el-teorema-de-gdel-de-ernest-nagel-amp-james-r-newman_59e00c6908bbc5c75fe65879_pdf, p. 46]}.

La apreciación que acabamos de delinear, será fundamental *ut infra*, a raíz de que servirá para destapar cuán pésima es la "demostración" de Pazos.

Por añadidura, el Ingeniero persiste en ignorar que la existencia de proposiciones indecidibles, **únicamente, puede abocetarse para estructuras ω/consistentes y no para cualquier sistema**. Para una estructura que sea sólo coherente, lo que se puede enunciar es que hay sentencias que detentan propiedades para las que no se puede ofrecer un contraejemplo:

> si "… *en vez de suponer que* (*un sistema*) … *es ω−consistente, nos limitamos a* (*postular*) *que es* (*coherente*)*,* … *ya no* (*es adecuado hablar de*) … *que exista* (*un enunciado*) *indecidible, pero sí se* (*infiere*) *que* (*hay*) *una propiedad* … *para la que no se puede dar un contraejemplo* …" {Gödel, Kurt Friedrich (1981 h): op. cit., p. 76 [ir a https://archive.org/details/godel-kurt.-obras-completas-2006_202112]}.

Se pregunta socarronamente, si es que acá aludo a él. Y sí…; me refiero a él, a causa de que no entendió la abismal diferencia de cuándo es propicio hablar de "indecibilidad" y de en qué instantes no se puede acudir a la *indecibilidad*.

Con esta observación, las páginas que abocetó el colega uruguayo, como si se tratase de la "mayor" publicación del Siglo XXI, no precisarían más refutaciones. Empero, continuaremos con la desagradable empresa para que ese artículo no quede como que nadie pudo contestarlo, por sus *intríngulis* que, comparados con los Teoremas de Friedrich, no son nada.

Recuperando lo que decíamos y aunque no es muy pulcro, la idea sería que la "cualidad" de una sentencia que tenga la propiedad de ser recursiva o de aludir a sí misma, no posea un enunciado *gemelo*, tal que pueda argumentarse su recursividad, en virtud de que nos atrapamos en una "petición de principio". En otros términos, se puede demostrar que, en un sistema que es únicamente, consistente, existe al menos un enunciado que, al ser recursivo, se enreda en una *petición de principio*. Pero ese juicio no puede integrar la estructura de la que se trate.

O más directamente, en un sistema que sea coherente y no ω/consistente, no puede haber dentro de su estructura, enunciados que signifiquen "peticiones de principio", aunque existan sentencias que detenten la propiedad de aludir a sí mismas.

Un sistema que es sólo coherente, puede albergar juicios que sean recursivos.

Conocemos que la Lógica de Primer Orden, que es la de los argumentos elementales de la clase "p => q", es consistente. Por lo precedente, es factible encontrar sentencias que aludan a sí mismas y toparnos con enunciados que caigan en "petición de principio".

La expresión de homologación *q* = *q* es un juicio recursivo, por cuanto el enunciado "q" dice de sí mismo que es idéntico a la sentencia *q*. Pronuncia, implícitamente, que *q* = *q* es exacta lo que, a su vez, significa que "q = q" está afirmándose en una noción de la *verdad*.

No obstante, el enunciado que, dentro de la Lógica de Primer Orden, intenta definir lo que es el concepto "verdad", cae en una alusión que conduce a una *petición de principio*. La idea de "verdad" para acotar lo que es correcto, implica la noción *verdad*. Buscar definir la categoría de "verdad" es algo recursivo, a causa de que supone la noción *verdad*. Pero ahí nos enlodamos en una "petición de principio".

Lo que implica que la estructura formal como la Lógica de Primer Orden, es incapaz de cercar la idea de *verdad*, sin ahorcarse con una "petición de principio". Si la Lógica citada quiere mantenerse coherente, tiene que renunciar a demostrar ideas nucleares para su funcionamiento, con el horizonte de no incurrir en *peticiones de principio* [$-g_9$] y elegir operar con tales categorías, como es el ejemplo de la noción "verdad".

El colega uruguayo se extraña de lo que decimos, como si lo que pincelamos no guardase nexos con lo que él aboceta.

El enlace radica en que los lenguajes naturales no son hábiles efectuando operaciones aritméticas o en incluir a los Números Naturales. Y por una concesión, se puede decir que un lenguaje natural es nada más que consistente.

En consecuencia, no es legítimo pretender que en los lenguajes naturales no sea fácil detectar cuándo un juicio es indecidible [$-g_{10}$], a raíz de que la noción de *indecibilidad*, no se predica de algo que sea coherente, sino que se atribuye a lo que sea capaz de acunar a los Números Naturales [$-c_2$].

Por ende, lo que el Ingeniero argumenta (que el austríaco da por supuesto que es simple determinar cuándo una expresión tiene o no, valor de verdad, en un lenguaje natural), no es adecuado a lo que Friedrich demuestra [$-c_3$].

## I $d_5$. Habrá sentencias que, a pesar de ser ciertas, no podrán argumentarse

De alguna manera, hay aquí lo que acontece con los sistemas ω/consistentes cuando, al ser impotentes para volver decidible un juicio, lo adoptan en calidad de axioma [$-g_{2\ a}$] y funcionan con sus corolarios, tal cual lo adelantaré *ut infra* y lo anunciamos *ut supra*.

Una afirmación que no posea valor de verdad fijo en una estructura ω/coherente M y que, por ende, sea indecidible, puede ser decidida recurriendo al truco de convertir la sentencia indecidible en un axioma de M, el que no puede elaborarse al interior de M. Lo que puede demostrarse del enunciado indecidible que se tornó axioma de M, es que sus estribaciones son lógicas.

Únicamente, un sistema de mayor potencia que M, esto es, L, puede argumentar que el Axioma que era una sentencia indecidible en M, es un enunciado de L. Pero **en L también habrá expresiones que serán indecidibles y que podrán transformarse en Axiomas de L, sin que L pueda inferir ese axioma, salvo demostrar que sus consecuencias no son absurdas.** Para argumentar el Axioma de L y no sólo sus corolarios, habrá que apelar a una estructura "K" [$-g_{11}$].

Lo que, en parte, se deriva de ello, es que **existirán proposiciones verdaderas que, aunque sean decidibles, no podrán inferirse** {cf. Nagel, Ernest y Neuman, James R. (Diciembre de 2006): *El teorema de Gödel* [en https://kupdf.net/download/el-teorema-de-gdel-de-ernest-nagel-amp-james-r-newman_59e00c6908bbc5c75fe65879_pdf, p. 42]}.

El otro yerro del "charrúa" consiste en que, si encontramos en los lenguajes naturales que, por ser tales, no son sistemas formales o lógicos, enunciados a los que no puede atribuírseles valor de verdad, no porque sean indecidibles, sino por ser sintagmas que no poseen sentido, eso también puede ocurrir en las estructuras formales.

Acá, el Ingeniero vuelve a mofarse, diciendo que descubrí lo obvio. No entendió que lo que se enuncia es una crítica a lo que él alucina que

acontece. Lo que digo es que, no porque algo se predique de un lenguaje natural, eso mismo puede sostenerse de sistemas lógicos [–h].

El uruguayo da el ejemplo de que "el dulce de leche es dodecafónico". Una proposición de esta guisa, no es decidible ni en los lenguajes naturales ni en estructuras lógicas, porque los conceptos de *decidible*, "correcto", *falso*, "indecidible", no pueden aplicarse a expresiones de esa naturaleza [i –Pazos (Abril de 2013): 7].

El charrúa no tenía necesidad de acudir a este caso; podía haber traído a colación el lenguaje poético, en especial, el surrealista y el futurista, en donde muchos poemas u oraciones metafóricas, carecen de sentido –en alguna manera, los *convoca*, mas, no con el "espíritu" que sería pertinente con lo que desplegamos (otra vez, el Ingeniero no tiene otro argumento que la burla o ironía…).

However, que un lenguaje como el poético albergue versos que no detentan sentido y que son hermosos por una inefable poeticidad, belleza que no pueda ser tabulada con las categorías de *verdadero*, "falso", etc., no es para objetar a Gödel [–$i_1$]. Lo que demuestra el mal ejemplo del colega es que, en los lenguajes naturales, no se pueden aplicar nociones como las detalladas.

Pretender que, a partir de eso, sea viable sostener que algo idéntico ocurre en los sistemas lógicos, es un abuso del *argumento* [–$h_1$].

Sin embargo, podemos usar el caso del charrúa en su contra. Lo que está implícito en lo que enarbola el Ingeniero es lo que agregamos como "Décimo Teorema de Incompletud": en el ámbito de lo que puede articular la humanidad, existe mucho más que lo que la Matemática y la Lógica nos pueden ofrecer [–$h_2$ (deducción de la cual el Ingeniero se mofa…)].

## I $d_6$. Otra versión de la Paradoja del mentiroso

Después el que, plausiblemente, sea uruguayo, hace referencia a una solución de la Paradoja de Epiménides [b]. El cretense dice que todos los cretenses, incluyéndose él mismo, son mentirosos.

De todas las objeciones que cita, la que nos parece más cierta es una versión de la Paradoja de Russell, alrededor del Conjunto de todos los conjuntos que se autoincluye. Un Conjunto que se auto incluya, cae en

la contradicción de ser un conjunto mayor que sí mismo. Con la Paradoja de Epiménides, acontece igual: el cretense Epiménides, se autoincluye en la afirmación de que todos los compatriotas son mentirosos. Él se coloca en la posición de ser el cretense que absorbe a todos sus compatriotas [$b_i$].

A pesar de que innumerables lógicos se ocuparon de la Paradoja de Epiménides, ninguna solución, en el fondo, nos parece satisfactoria; ni siquiera la que dio el universitario de Princeton.

La Paradoja de Russell, no puede trasladarse a Epiménides porque el cretense no es un conjunto; es una persona. Si Epiménides no es un conjunto en sentido matemático, la Paradoja de Russell es inapropiada para abordar el asunto de Epiménides [$-b_i$].

Supongamos que la vía de aplanar la Paradoja de Epiménides con la Paradoja de Russell, lo que manifiesta es que el camino de Russell es inadecuado, pero que es factible que el asunto del cretense, tenga una debilidad que puede ser evidenciada por otra senda.

Una de esas vías podría ser que, siendo Epiménides un cretense y proclamando que sus compatriotas son mentirosos, incluyéndose, Epiménides figure a manera de un ciudadano que enuncia que los cretenses no dicen la verdad. Epiménides sería un compatriota que hablaría de sí mismo y del resto de los cretenses. Al referirse a él mismo, el ciudadano sería y no, un cretense.

Epiménides, sería un compatriota de los otros cretenses, al mencionarse en calidad de ciudadano de Creta. Pero no lo sería, en virtud de que Epiménides hablaría de sí como si fuese un extranjero que se refiere a los cretenses.

Lo que asoma una objeción incontestable, no lo es, porque el ciudadano es, para expresarlo con ese giro…, jurídicamente, un cretense y, en consecuencia, Epiménides, aun cuando parece que alude a sí mismo como si no fuera oriundo de Creta, sigue siendo ciudadano cretense.

Para nosotros y a contrapelo de los lógicos que creen haber disuelto esa Paradoja, lo que enarboló Epiménides, continúa vigente [$-b_{ii}$].

Concedamos, para los *obtusángulos*…, que la vieja Paradoja del cretense fue licuada. Es dable ofrecer una versión de la Paradoja de Epiménides que diga "estoy mintiendo" y esa paradoja no guarda defecto para ser atacada: *estoy mintiendo* es indecidible y no puede resolverse como pretende el charrúa [$-b_3$].

La Paradoja citada es un enunciado en lenguaje natural al que le falta, **por analogía y aproximación**, valor de verdad estable [$-b_1$], indecibilidad que puede sopesarse parecida a los juicios sin valor de verdad que imaginó Kurt, para las estructuras formales. No es una mera paradoja semántica y, por lo tanto, algo que no es una paradoja en absoluto.

Como Pazos en los hechos y aunque él lo niegue por oponerse y negar, asimilará la Paradoja de Epiménides a la indecibilidad de Gödel [$c_i$] y, en virtud de que refutamos ese camino, manteniendo la actualidad de Epiménides, **no se puede impugnar a Friedrich por esa senda** [$-c_i$].

En su primer correo, el Ingeniero se opone a que su intención haya sido ésa. Los que consulten lo que difundió, quejándose de que no se le respondió nunca…, podrán constatar que no es de esta suerte [$-c_{ii}$].

En el primer mail, no me había percatado de lo que se hizo evidente en el segundo correo: que al apreciar el uruguayo que se le estaba demostrando que se había equivocado él y no Gödel, no le quedó más recurso que impugnar por negar, todo lo que pudiera armar yo, alrededor de lo que el Profesor Helios se arriesgó a diseminar, que era nada menos, que Friedrich había cometido un error.

Ahora bien, para Nagel y Neuman, la paradoja que estimuló a Gödel no fue la Paradoja del cretense, sino la Paradoja de Jules Richard [k].

El francés dijo en 1905 que, aunque sea lo deseable, no se puede definir todo primero, para iniciar una argumentación.

Es obvio que no es viable acotar todo porque, entre otras razones, eso insumiría un tiempo infinito, además de que se llegaría a un punto en que para definir un lexema se debiera apelar a otras palabras sin acotar.

Para esquivar eso, tenemos que adoptar la actitud de pretender que determinados significantes son *plus ou moins*, intuitivamente, comprensibles. Por ejemplo, que cualquier número es divisible por sí mismo, a pesar de que el resultado podría no ser un número entero.

Elucubremos que las definiciones se ordenen de menor a mayor, según la longitud en palabras de las acotaciones. Para la definición con menor cantidad de lexemas, se le asociará un número natural. Pongamos por caso, el 1 para la acotación más breve. Y así.

Imaginemos que, a una definición cualquiera, le pueda corresponder el número "richardiano" *n* {cf. Nagel, Ernest y Neuman, James R. (Diciembre de 2006): *El teorema de Gödel* [en https://kupdf.net/download/el-teorema-de-gdel-de-ernest-nagel-amp-james-r-newman_59e00c6908bbc5c75fe65879_pdf, p. 33]}.

Se nos presenta la antinomia: ¿es "n" richardiano? *Id est*, ¿la pregunta "¿'n' es richardiano?" implica una definición tal que, a la interrogación, se le asocie un número? Si la contestación es "no", *n* no es richardiano.

Pero si "n" no es richardiano, es una de esas acotaciones donde, al no poder definirlas, en virtud de que se deben aceptar ciertos puntos de partida, para no estar acotando cada palabra, *n* es una definición indirecta que hay que asumir. "N" es richardiano. Si *n* es richardiano, es falso que "n" sea richardiano porque *n* no es una acotación o definición.

Como apreciamos, no podemos concluir si "n" es richardiano o no lo es.

Nagel y Neuman protestan la Paradoja de Richard, con evaluaciones que pueden discutirse de dos formas {[$-k_1$] y [$-k_2$]}.

La primera es que la paradoja de buscar acotar cada lexema, para que se edifique un lenguaje que haga posible discurrir sin que nada quede sin definir, puede ser lo que se conserve como la Paradoja de Richard improbable de desbaratar.

Si es genuino que es factible acotar todos los signos para elaborar un lenguaje que no acune nada sin definir, el juicio es verdadero. However, el término *verdad* no puede ser acotado, a raíz de que la definición de lo cierto supone la idea "verdad". Por ende, la sentencia de que es plausible acotar todas las palabras, como lo que es o lo que no es correcto, no es verdadera, dado que definir lo que es genuino implica ya, la noción de *verdad*. Y si no es cierto que no es probable acotar todos los signos, añadiendo el lexema "verdad", la proposición es exacta, porque para decir que no podemos definir la palabra *verdad*, es ineludible detentar una idea de lo que es correcto y de lo que no lo es. Con ello, comienza el círculo que no determina si lo que inferimos tiene o no valor de verdad [$-k_1$].

Desde esas almenas, la Paradoja de Richard es inmune a los embates de Nagel y Neuman.

Discutiendo con ellos en su propio espacio, la Paradoja de Richard no puede licuarse.

Es legítimo que, y no como lo alucinan Nagel y Neuman, la sentencia "'n' es richardiano", pueda considerarse una proposición a la que se le adjudique un número *n*.

Si esto es así y lo es, la pregunta de si "'n' es richardiano" carece de valor de verdad [$-k_2$].

O sea, por una alternativa u otra, la Paradoja de Richard es un juicio al que le falta un valor de verdad, que es lo que destilamos con [$-k_1$] y [$-k_2$].

Aceptemos que la Paradoja de Richard, posee defectos. Lo que nos interesan no son los desmadejamientos de Nagel y Neuman contra Jules Richard, sino que, plausiblemente, Kurt quedó influenciado por el hecho de que no era fácil dilucidar si *n* era richardiano o no [$-k_3$].

Bien. Adoptemos, para Epiménides, una parte de lo dicho por Nagel y Neuman.

Supongamos que la Paradoja del cretense contenga vicios como la Paradoja de Richard. Como fuere, sea por Epiménides o sea por el francés, Gödel permaneció impresionado por la dificultad de fijar el valor de verdad [$-k_4$], sea por lo que manifestaba la Paradoja del cretense o por lo que asomaba en la de Richard. Y en definitiva, eso es lo que importa [$-k_5$].

## I $d_7$. La indecibilidad es exclusiva y excluyentemente, para lo ω/coherente

Aunque el Ingeniero lo rebote sin más argumento que la negación por la repulsión misma, el uruguayo sí homologa el sintagma *esta oración no es correcta* con "esta sentencia es indecidible" [l –Pazos (Abril de 2013): 12].

Hasta determinado punto y con ciertos desembragues, se puede aceptar que ambas expresiones revelan el espíritu de los teoremas de Friedrich.

No obstante, más preciso sería afirmar que Gödel dice que un enunciado como "esta proposición es indecidible", no puede demostrarse que posea valor de verdad definido y que, en última instancia, se la puede aceptar como Axioma, cuyas consecuencias son argumentables,

pero no el axioma mismo, dentro del sistema en que el Axioma fue una proposición indecidible [$-g_{2\,a}$].

El Ingeniero delinea que *esta oración es falsa*, no es calificable de ser correcta o de no ser verdadera; no es cierta y no es falsa. Lo que hizo el charrúa, es *traducir* lo que el refugiado en Princeton entiende justamente, por "indecidible", aunque Pazos no lo acepte: es una sentencia que no es calificable de ser verdadera o de ser inexacta, porque *oscila* entre ser adecuada y ser falsa. Es un enunciado que no es verdadero y que no es correcto. Pero sin saberlo, dio un ejemplo de proposición que, aunque sea indecidible o no sea calificable de adecuada o falsa, porque no es ni verdadera ni correcta, no puede transustanciarse en un Axioma.

El uruguayo dio con un caso en el que el enunciado indecidible, no puede convertirse en un Axioma. Transformar en Axioma "esta afirmación es falsa", no guarda derivaciones que no sean casi de sentido común y no vale la pena que un Axioma de esa índole, sea miembro de un cuerpo de Axiomas que pretende mayor vuelo que una codorniz.

No obstante, eso sería **riguroso** si el juicio "esta afirmación es falsa", se aplicara a una estructura que fuese ω/consistente. Comprobamos que lo que se puede decir de los sistemas que son coherentes sin ser, fuertemente, consistentes u ω**−**coherentes es que, proposiciones claves para la estructura del sistema, son *peticiones de principio* que o deben quedar fuera de esa estructura [$-g_9$] o bien, que pueden ser asimilados por el sistema sin poder inferir tales "peticiones de principio".

O sea, el Ingeniero Pazos entendió re mal a Friedrich, aun cuando se sienta molesto por lo que enunciamos… No debatimos con él en tanto una persona civil, sino en cuanto escribió que Gödel se equivocó y a causa de que el que erró, mas, resulta que el que no comprendió una letra de Kurt fue él y no es que el austríaco es quien se despistara.

Nuestras objeciones no son personales, sino que apuntan a los argumentos y, hasta ahora, el colega lo que demostró es que no entendió a Friedrich, porque para comenzar, lo indecidible no se aplica a un lenguaje natural. Por ende, no puede haber equivocación en Gödel y en lo indecidible, desde Epiménides hasta la actualidad, en virtud de que lo indecidible **no es propio de los lenguajes naturales**.

I $d_8$. Diatriba alrededor de la fórmula G. Primera sección

Luego de estas disquisiciones, el charrúa va al punto.

Descompone la sentencia del amigo de Einstein, en tres:

a- G dice que G es indeducible [l];

b- G es indemostrable [m –cf. http://pt.slideshare.net/rafael.mora/los-teoremas-de-incompletud-de-kurt-gdel, p. 10];

c- G es verdadera {n –Pazos (Abril de 2013): 12 [a pesar de que aclaramos que esto es así, **siempre que no deduzcamos** lo que es inargumentable apelando a los Axiomas mismos de P, sino a través de consideraciones metamatemáticas o que están fuera de la Aritmética, el charrúa persiste en no efectuar la advertencia lo que, en sí mismo, ya es una despropósito]}.

"L" está compuesta como sigue: G dice algo de [m]; que [m] es indeducible.

El Ingeniero sostiene que, si colocamos así el asunto, [n] se refiere a la primera parte de [l], a que *G dice* y no a la segunda fracción, a [m], o a "G es indemostrable".

Pero lo que parece consistente, no lo es, porque G asoma dos veces en [l]; una vez, en [m] y otra más, en [n].

La G aludida en [n], se refiere a todas: a las 2 G de [l], a la de [m] y a la de [n].

Sin embargo y tal cual lo anticipamos, el derrape más serio y grave es que no aprehende que, si insiste en que a), b) y c), son argumentos de índole Lógica o Matemática, c) no puede ser violentada para pertenecer a idéntico ámbito que a) y b). Por lo que informamos, c) es un juicio metalógico o metamatemático, a la par que a) y b) pueden ser de la esfera de la Lógica o de la Matemática.

Es decir, que a) y b) tienen igual registro, mientras que c) pertenece a otro nivel. Es como si entre a) y b), y entre c) hubiese un salto.

Con el horizonte de resolver este yerro, es viable sostener explícitamente, que a) y b) son de la esfera de la Lógica o de la Matemática, y que c) es un juicio metalógico o metamatemático, y que de a) y b), a c), hay una profunda alteración en lo que es demostrado.

¿Por qué no existe otra senda? A causa de que a) y b) tienen que ser del registro de la Lógica o de la Matemática, en virtud de que lo que el austríaco argumenta es que G es indeducible **dentro** de la Lógica y de la Matemática. Además, demuestra que c) se puede argumentar fuera del ámbito de la Lógica y de la Matemática, por caminos metalógicos o metamatemáticos.

Aun cuando, como lo subrayaremos, el silogismo es defectuoso, es probable usar el razonamiento que demolemos, tal cual fue presentado.

Señalaremos un motivo adicional de por qué el argumento no es correcto, para que no suene a una acusación gratuita. Por el mismo sintagma que cita Friedrich, la conclusión no es "G es verdadera", sino *G es deducible* o "G es decidible", de acuerdo a páginas atrás.

Como lo adelantamos, el silogismo del Ingeniero está mal edificado:

a- G anuncia de G que carece de valor de verdad fijo (abrir http://pt.slideshare.net/rafael.mora/los-teoremas-de-incompletud-de-kurt-gdel, p. 11); [–l (proposición de la esfera de la Lógica o de la Matemática)];

b- G puede hacerse cierta, mutándola en un Axioma de un sistema P (cf. http://pt.slideshare.net/rafael.mora/los-teoremas-de-incompletud-de-kurt-gdel, p. 14), tal que P no pueda inferir ese Axioma dentro de P [–m (juicio metalógico o metamatemático)];

c- La G de [–m] es indeducible en la estructura P [–n (sentencia metalógica o metamatemática)].

Entonces, genuinamente, pensemos:

a- Si G es verdadera –sea la G que propone que G es indecidible o sea la G que sostiene de sí misma que G es inargumentable–, entonces no es exacto que G no sea falsa ni cierta. G es, pues, verdadera. Sin embargo, si G es correcta, entonces, G es inexacta, porque tiene valor de verdad determinado. No obstante, si G no es cierta, resulta que G es correcta porque el valor de verdad de G se "bambolea" entre lo falso y lo preciso. En consecuencia, G es cierta. Y el ciclo se reinicia (demostración que es del registro de la Lógica o de la Matemática).

   Por consiguiente, [–l] es una proposición que está bien construida y no guarda ningún sinsentido, ni siquiera en lenguaje natural, como lo hemos explicado.

b- G es correcta. Esta G se refiere tanto a la G de [–l], como a la G de [–m].

En virtud del "Sexto Teorema de Incompletud", una oración que carece de valor de verdad, puede asimilarse a un Axioma y como tal, hacerse cierto, sin poder ser argumentado (demostración metalógica o metamatemática).

c- Por ese mismo *Sexto Teorema de Incompletud*, como [–l] era indecidible y por e), se tornó un axioma que no puede ser deducido, excepto en sus consecuencias, se infiere que [–m] es, efectivamente, indemostrable en el sistema P (argumentación metalógica y metamatemática).

Hasta aquí, conservamos el esquema defectuoso del impugnador del lector de Einstein.

## I $d_9$. Polémica en torno al juicio G. Segunda parte

Elaboremos otro silogismo. Quedaría de esta guisa:

a- Existe un juicio F (sentencia que es del plano de la Lógica o de la Matemática);

b- la sentencia F está compuesta de un enunciado recursivo (ídem);

c- el juicio F se integra de una sentencia que expresa que la proposición $G_1$ dice que $G_2$ es indemostrable (ídem);

d- $G_1$ y $G_2$ son, precisamente, indeducibles (ir a http://pt.slideshare.net/rafael.mora/los-teoremas-de-incompletud-de-kurt-gdel, p. 11); (enunciado que es del ámbito de la Lógica y de la Matemática);

e- el juicio F es decidible (proposición que es metalógica o metamatemática).

La proposición $G_1$ que enuncia que $G_2$ es indemostrable es, precisamente, carente de valor de verdad –inferencia de la esfera de la Lógica o de la Matemática.

$G_2$ expresa de sí que es indeducible. Siendo que $G_2$ es cierta, es verdad que $G_2$ es indemostrable. Pero como es exacta, es falsa, en virtud de que no es cierto que $G_2$ sea indeducible. Sin embargo, si no es preciso que $G_2$ sea indemostrable, $G_2$ es verdadera porque $G_2$ informaba que era indeducible. Y se re inicia el ciclo por el que no se puede fijar valor de verdad para $G_2$ y hacerla demostrable, por lo que permanece indeducible (argumento que es del ámbito de la Lógica o de la Matemática).

Apreciemos ahora a $G_1$.

La sentencia $G_1$ enuncia de sí misma que le falta valor de verdad o que es indemostrable. Por la argumentación anterior, $G_1$ es cierta, a raíz de que es exacto que carece de valor de verdad.

Si $G_1$ es cierta, es falsa, a raíz de que $G_1$ nos informaba que no detentaba valor de verdad y, no obstante, sí lo posee, a causa de que podemos decir que es falsa. Pero si $G_1$ no es cierta, es verdadera, porque es exacto que le falta valor de verdad. Y el ciclo re comienza sin fin.

En consecuencia, $G_1$ es como $G_2$; indeducible [d –inferencia que es de la esfera de la Lógica o de la Matemática].

Sin embargo, $G_1$ y $G_2$ eran miembros de un juicio F [c]. Como se afirma que existe una sentencia F [a], el enunciado F es demostrable [e –argumento metalógico o metamatemático].

Acto seguido, encuadraremos la inferencia expuesta más ajustadamente en los términos de Gödel.

La deducción, inspirada en el austríaco, debiera ser:

a- Existe un enunciado F que puede ser convertido en un Axioma de la estructura P y [a] tiene que asumirse como Axioma –sentencia metalógica o metamatemática;

b- el juicio F acuna por elemento una sentencia que alude a sí misma (enunciado que es del registro de la Lógica o de la Matemática);

c- el enunciado F se integra de un juicio que expresa que la proposición $G_1$ dice que $G_2$ es indeducible (ídem);

d- $G_1$ y $G_2$ son, efectivamente, indemostrables, indecidibles o carecen de valor de verdad (ídem);

e- aun cuando el juicio F, puede ser mudado en un Axioma del sistema P, sin embargo, el sistema P no sería hábil para argumentar ese Axioma sino, a lo más, sus estribaciones o consecuencias (inferencia metalógica o metamatemática).

Para no repetir la demostración y lograr elegancia por la eliminación de redundancias, sabemos que $G_1$ y $G_2$ eran componentes de un juicio F [c –proposición que es del ámbito de la Lógica o de la Matemática]. La sentencia F de [a], puede ser transustanciada en un axioma de la estructura P –cf. http://pt.slideshare.net/rafael.mora/los-teoremas-de-incompletud-de-kurt-gdel, p. 14– y, por la condición [a], [a] es, en sí, un Axioma –deducción metalógica o metamatemática.

En virtud de que un Axioma es un punto de partida que es aceptado cierto, sin que se pueda argumentar lo verdadero del Axioma mismo, salvo en sus corolarios, que deben ser lógicos, queda demostrado [e –inferencia metalógica o metamatemática].

Humildemente, esta es la sentencia del refugiado en yankeelandia que evaluamos correcta y es lo que alucinamos que el admirado por Albert, quiso argumentar.

## I $d_{10}$. Síntesis de nuestras apreciaciones en desmedro de lo que mal redactó el Ingeniero Helios Pazos

La primera fracción del título de su pesquisa, es "Error en Gödel." En consecuencia, el colega uruguayo sí habla de, al menos, una equivocación en Friedrich.

La segunda parte del título de su artículo, es "Indecibilidad en el lenguaje natural". Por lo tanto, el Ingeniero sí se refiere al concepto de *indecibilidad*, a pesar de que lo niegue por rebotarlo, sencillamente, por pura necedad.

La tercera sección del título de la investigación del uruguayo, es "De Epiménides a Gödel". En consecuencia, su autor sí habla de la Paradoja del cretense, y de cómo, tanto en la mencionada Paradoja cuanto en Friedrich, existen varios errores de base.

Uno de ellos, es que, si tenemos en cuenta determinados aspectos que el Ingeniero define, la Paradoja de Epiménides, puede resolverse y mostrarse que es una falsa paradoja.

Otra equivocación es que el austríaco, en la demostración de la indecibilidad y, por extensión, de la Incompletud, pasa por alto dos aspectos esenciales.

Uno de ellos es que el silogismo G de Friedrich, puede desbaratarse como se desmantela la Paradoja del cretense.

El otro es asumir que la noción de que es fácil detectar cuándo una expresión carece de valor de verdad, es errónea.

Ante lo cual, sin aludir otra vez al contexto en el que situamos el pensamiento del docente de Princeton, gubiamos:

a- que no hay equivocación alguna en Friedrich. Ni en el inicio de su demostración, ni en lo tocante a la *indecibilidad*, ni en el resto de sus Teoremas;

b- que los numerosos ERRORES son, manifiestamente, de Helios Pazos, el cual no asimiló los Teoremas del austríaco y, por eso, enarbola que Friedrich cometió una equivocación (en realidad, dos errores);

c- que la Paradoja de Epiménides, no fue solucionada por nadie [$-b_1$]; ni por los anteriores lógicos al Ingeniero, ni por lo que edifica el charrúa para revelar que se trata de una falsa paradoja.

   Concedamos que la antigua Paradoja del cretense, haya sido aplastada y que se haya argumentado que es una falsa paradoja. El sintagma "estoy mintiendo", puede adoptarse como una nueva Paradoja de Epiménides que elude todas las objeciones que se levantaron contra la vieja Paradoja del cretense, incluidos, los reparos del obcecado Ingeniero.

   Por eso, no fue preciso ocuparnos de lo que el uruguayo edificó para licuar la Paradoja de Epiménides [$-b_2$].

d- Si Gödel se hubiera equivocado en lo que le adjudica el Ingeniero o en lo que se anhele, lo indecidible, la Incompletud y los Teoremas de Friedrich, pueden demostrarse con otros comienzos [–d], tal cual lo que argumentaron Nagel, Neuman, el Doctor Luna, yo mismo, entre otros.

e- La sentencia que sería más fiel al austríaco es *este juicio dice de sí mismo que es indemostrable* [$-e_1$];

f- concediendo que, en un lenguaje natural, no siempre es fácil determinar el valor de verdad de un enunciado [f], eso no era ni el Tema, ni el Problema, ni el Objeto de estudio de Gödel [–f];

g- La indecibilidad NO SE predica de los lenguajes naturales [$-c_1$ y $-g_{10}$], porque éstos son, a lo más, consistentes y no ω/coherentes.

h- Por analogía, metáfora, aproximación, se puede aceptar que, en un lenguaje natural, sea viable aplicar la noción de "indecibilidad" [$-b_1$] pero, en rigor, ello no es legítimo [$-c_1$ y $-g_{10}$];

i- repeler la indecibilidad, aun cuando lo sea en una mínima parte, que es lo que está supuesto en Pazos, aunque él lo niegue…, significa chocar contra la Incompletud, y es *argumentar* que la Lógica y la Matemática son, al mismo tiempo, consistentes y completas [$-g_6$], que es a lo que se opone Kurt [$-g_7$].

j- Friedrich no da por sentado que sea simple detectar el valor de verdad de un juicio [$-c_3$]. ¡Gödel no da por supuesto nada!

Toda la zoncera que el uruguayo afirma no impacta en la indecibilidad.

Lo anterior es tan de esta guisa, porque el austríaco no supone lo que el Ingeniero le adjudica, que es alucinar que es fácil detectar cuándo un juicio carece de valor de verdad.

Repetimos que, en ninguna de las demostraciones de Kurt, se parte de que sea o no obvio, cuándo una sentencia es indecidible. Se argumenta cuándo a una proposición le falta valor de verdad y punto. ¡Y punto!

k- Sea lo que fuere que pueda atribuirse a los lenguajes naturales, no implica que eso mismo ocurra en lo formal [–h];

l- que, en un lenguaje natural, no se pueda determinar la indecibilidad, no es para deconstruir a Gödel [$-i_1$];

m- lo anterior, es un abuso de la "demostración" [$-h_1$];

n- lo que interesa de la Paradoja de Richard y de la del cretense, es que Friedrich se impresionó con que fuera difícil acotar el valor de verdad de un juicio [$-k_3$, $-k_4$ y $-k_5$].

o- En determinada escala, la idea que de que no se puede determinar el valor de verdad de ciertas proposiciones, que así no son ni acertadas ni falsas, es otra manera de definir lo que es la *indecibilidad*, por lo que el colega uruguayo, apela a la indecibilidad para deconstruir la indecibilidad.

p- El razonamiento que el charrúa elabora en torno al juicio G, implica con claridad que el Ingeniero no asimiló a Friedrich.

Ese silogismo, no es el que Kurt mismo interpuso, a causa de que, de lo que el Ingeniero denomina proposición "c)", no es el juicio que debiera figurar en el lugar de c).

Como si fuera poco eso, no se percata de que entre a) y b), y c), insiste una diferencia, un salto y que no son proposiciones que estén ubicadas en idéntico registro.

Los juicios a) y b), son de la esfera de la Lógica o de la Matemática, y c) es del ámbito de la metalógica o metamatemática.

q- Aceptando que el argumento en torno a G, sea exacto, que no lo es, el colega tendría que haber elaborado el silogismo, tal cual nosotros lo edificamos, distinguiendo entre $G_1$ y $G_2$, y diferenciando las proposiciones a), b) y c);

r- Empero, como el razonamiento sobre G, no es correcto, el silogismo defectuoso se debiera elaborar con la mención de un juicio F, que es un Axioma.

s- Por último, Helios Pazos no sólo mal entendió los Teoremas del austríaco, sino que no comprendió a lo que apuntaba el universitario de Princeton, que son los otros teoremas que desplegamos.

Algunas de las ampliaciones plausibles de los Teoremas originales de Gödel, podrían ser las consecuencias que enunciamos en el apartado II.

La reiteración no hubiera sido necesaria, si el Ingeniero no se hubiera puesto en la posición caprichosa, necia, irracional y no científica, de rebotar lo que él mismo escribió y de oponerse porque, luego de reclamar que nadie atendió a su *demostración*, cuando emerge alguien que le contesta y que le argumenta que el equivocado es él, grita que lo

que interpretamos no es lo que él haya querido decir: que no se ocupó de Friedrich, que no habló de la indecibilidad, etc., etc., cuando el título de su publicación, demuestra que se opone por negar, a lo que sí enunció en lo que esparció.

No obstante, concediendo que los dos objetores de Gödel tuviesen razón en sus críticas, que no la posee, la actualización que concretó el Doctor Luna, evita los reparos contra Friedrich [ж].

Y aun cuando yo mismo, haya errado en casi todo lo que busqué demostrar, lo que permanece apuntalado es que la indecibilidad no se refiere a los lenguajes naturales; que de a) y b), a c), existe un salto; que "estoy mintiendo" es una nueva Paradoja de Epiménides que elude lo que se haya querido refutar; que es impostergable ser conscientes en qué circunstancias, el austríaco va de una esfera Lógica o Matemática, a un registro metalógico y metamatemático [ɷ].

Si lo que acabamos de sentenciar es verdadero, [ж] y [ɷ] disuelven las protestas contra Gödel, que debatimos hasta nuestro cansancio –y es que agota la paciencia discutir con los que no son hábiles para aceptar sus propios yerros, adoptando una postura de enunciar a cada paso, *no dije eso o lo otro*… (¿y qué diantres es lo que Ud., Ingeniero…, quiso tipear?).

## II. Miseria del pensamiento. Barreras en la "praxis". El estallido del *espejo narcisista*

### II a. Cinco llagas

El físico teórico Roger Penrose, un estudioso de los agujeros negros que va parejo con Hawking…, demostró, acorde a lo que describe el matemático Luna, que las elucubraciones humanas son, impostergablemente, limitadas.

Freud, en *Tótem y Tabú*, entre otros sitios, sin las herramientas de la Lógica Matemática, argumentó que la excesiva confianza en la Consciencia, es el reverso de lo que denominó la "omnipotencia de las ideas".

De manera que, entre Penrose y Sigmund, podríamos proclamar lo que bautizaríamos *Cuarta herida narcisista* –las tres primeras, fueron lo

que ocasionaron Copérnico, Darwin y Freud mismo, con la hipótesis genial del Inconsciente–: lo que piensen los hombres, detenta fronteras y no existe una omnipotencia de las ideas.

## II b. "Supersticionemas" anidando en un pertrechamiento talibán de la Razón

La otra herida es una llaga epistemológica seria. Se desprende de Kurt, al que una vez consideré alemán siendo austríaco…, y de Rimbaud.

En mi Tesis Doctoral fusilada, maldecida, denegada, reprimida, ninguneada, incomprendida, abusada, destrozada, bombardeada, machucada, obusada, hostigada, le hice decir al poeta, lo que sigue:

"… *¿*(*No*) *hay suplicio* (*en el proceder monótono*) *de la ciencia* ..., *en que el hombre* ... *se* (*hincha*) *del placer de repetir* ... *pruebas, y no* (*vive*) *más que así? Tortura sutil, necia* ..."

Rimbaud, Jean Arthur (Agosto de 2020): *Una temporada en el Infierno*, p. 40. En https://ia601700.us.archive.org/27/items/20201222_20201222_2046/ARTHUR-RIMBAUD.pdf.

La otra herida que rompe el espejo narcisista es que lo que se denomina, ampulosamente, "Ciencia" y en la que apuestan su alma y su fe, los racionalistas extremos, como Popper o Habermas, o los distintos marxismos, los disímiles leninismos, es lo que es. Un instrumento que, al igual que cualquier herramienta, tiene sus límites. Las ciencias, exactas o no, no todo lo pueden ni todo lo podrán.

No todo es subordinable al ámbito estrecho del racionalismo científico, porque mujeres y varones somos más que lo que pueda ofrecernos la Ciencia y la enormidad de lo que existe e insiste, es infinitamente más grande, en *súpercardinales*, que lo que puede codificarse o aplanarse en lenguaje científico.

Del "Onceavo Teorema", se desprende la *Séptima fisura para el narcisismo*. Los individuos no podrán formalizar enteramente, lo enmarañado que se pesquise, por más que los agentes detenten los

medios intelectuales idóneos para eso. En lo esencial, ningún sistema podrá formalizar lo que sea que fuere que englobemos en la palabra "realidad". La *realidad* siempre excederá lo que pueda captarse de ella. Ningún lenguaje podrá agotar la inabarcable "realidad", y la *realidad* no será sólo un "No Todo", de acuerdo a Lacan, sino que será un *Anti Todo*. Habrá un resto inexpresable de la "realidad".

Por eso, es que únicamente podemos construir o elaborar *referentes discursivos* o "metáforas" y *metonimias* de lo que se conciba en tanto "realidad".

Un materialismo no filosófico, anti metafísico, acepta que, de la *realidad*, sólo es viable hablar por circunloquios, rodeos, circunlocuciones, desvíos, aproximaciones con los tropos de la Retórica.

En alguna manera, Friedrich nos enseña que, al precisar de lenguaje para decir lo que queremos estudiar y comunicar, esa misma necesidad es ya una frontera, una limitación. Es la espalda de lo que nos instruye el Psicoanálisis de Émile, en cuanto a que, porque hablamos, una sección de la "realidad" se pierde al ser imposible expresarla.

Sabiamente, el mejicano enuncia que las barreras de nuestras intelecciones pueden evidenciarse "… *con un experimento sencillo: a un individuo se le pide que apriete uno de dos botones marcados con* 'Sí' *y* 'No' *en función de la respuesta que considere correcta, para cada* (*interrogación*) *que se … formule*. *Cuando se le pregunte '¿apretará Usted ahora el botón* 'No'*?, … el* (*agente*) …" no podrá actuar –cf. http://cs.cinvestav.mx/~gmorales/filcomp/node3.html.

De ahí, deducimos la octava escara, que es que la miseria del pensamiento, la impotencia de la teoría no se subsanan con la potencia de la *praxis*, tal cual imaginó determinado Marx y dogmatizaron hasta el aburrimiento, los leninistas, los marxistas, los leninismos y los marxismos.

La acción sigue siendo del ámbito de lo humano y, en consecuencia, de lo provisorio, frágil, opaco, arenoso, tenue y oscuro.

La otra herida que amansa el narcisismo es que cualquier Proyecto emancipatorio será, impostergablemente, incompleto, en el sentido de que no podrá licuar todas las cadenas. El Proyecto libertario que no acepte esto, se torna peligrosamente, conservador, reaccionario, totalitario, fascista, autoritario, por desear ser emancipatorio en su globalidad. En ese terreno como en otros, lo que nos queda es aceptar

que iremos de una liberación frágil a otra emancipación; poco a poco y durante siglos.

No existe un narcisismo total de la liberación y de los héroes emancipadores, que serían los insurgentes, sean deleuzianos, foucaultianos, marxistas no leninistas, derrideanos, leninistas, etc.

Curiosamente, el increíble Engels del *Anti–Dühring*, intuyó lo que pincelamos a manera de "Décima escara narcisista", cuando dice que varones y mujeres son animales tremendos y que es plausible que nunca dejen de serlo. Y también, cuando afirma, en *Dialéctica de la Naturaleza*, que es factible que el Género Homo, desaparezca, quedando el planeta libre de nosotros, que somos una tortura para "Gaia".

La *Onceava herida narcisista* podría ser que acaso, hemos sido un mero accidente en la inconmensurable Historia de los Géneros y especies. Sólo eso. No seremos eternos en este mundo ni en el universo; podremos ser uno de los millares de Géneros y especies que se extinguieron.

## II c. Tercer "clinamen" o desvío

Y, sin embargo, las faenas, las angustias, las noches, los días, las horas de nada, nada, que solía pasar con hambre Friedrich, a causa de que no se alimentaba porque alucinaba que podía ser envenenado, condenándose a hacer de su vida, una pena de vida, que era un castigo de muerte y del acontecimiento del fallecer, una pena, que ya es de hecho, de muerte; tales labores, decía yo, esos Teoremas, en este *parergon*, empujaron a que Gödel criticase la Matemática, la Lógica y por derivaciones y "curvaturas", desmantelase por igual, a la Razón y a las Ciencias, con los medios de la razón y a través de lo que se ubica, desviado, en *clinamen*, fuera o al costado de la Matemática, por la intervención de lo metamatemático, y de la Lógica, por la participación de lo metalógico (recordemos que el segundo desvío o "clinamen", fue la polémica sobre Tarski –ir a *ut supra*).

Con y por el hambre de Friedrich, que es el sufrir de los náufragos, de los exiliados, de los parias, de los marranos, de los que, llenos, atiborrados de mundos, no poseen lugar en el siglo…, la Matemática, la Lógica y las Ciencias, nos revelaron que el caosmos, mujeres y varones somos una danza intraducible a lo que tenga poder para formalizaciones. Hasta lo cierto, la verdad, es más amplia y densa que

lo que pueda matematizarse, argumentarse con lógica o apelando a las Ciencias.

Varones, mujeres y el universo son, somos Semióticas y Semánticas tan enredadas, tan complejas, que los formulismos y los formalismos enturbian nuestra luz, lo que alumbra el baile de signos en claroscuros de lavidalamuerte, de las cosas, del mundo, de lo que se suspende en el transcurrir, de los devenires, de lo temporal. E idénticamente, somos más que signos, aunque a lo Gödel, haya que enunciar esto con signos…

## II d. La música del silencio. Oído para lo "imposible"

Mejor así, creo, en virtud de que los que se resisten a que no hay omnipotencia de las ideas y que, por ende, repelen al austríaco y a Freud, y a causa de que los que se resisten a aceptar que no existe una potencia transfinita de la *praxis*, asimilando sin reservas a determinado padre de Laura y a Il'ich, que apostaban imprudentemente, por el poder de la "praxis", continúan siendo antropocentristas, patriarcalistas, cientificistas, *marxistocentristas*, racionalistas talibanes, machistas, falogofonocentristas, occidentalistas, duros, eurocentristas, de acero (a lo Stalin), poco fluidos, vanidosos, no amables, ásperos, severos, iracundos, groseros, deseosos de fama, gloria, fortuna, viajes, poco atentos, soberbios, no afectivos, demandantes de Reconocimiento. Mujeres y varones parroquianos o de aldea siniestra –somos más y menos que lo inefable; más y menos que lo enmarañado; más y menos que lo inaudito; más y menos que los signos que expresan lo que postulo.

No se trata de un elogio del irracionalismo, sino de objeciones a los semas, deliremas, campos semánticos, mitemas, grotesmas, chiflademas, isotopías, "supersticionemas", filosofemas, lexemas de la Razón…

Una frase que siempre cito de *La Tempestad* de Shakespeare, serviría para abrir espacio al silencio que sigue al silencio:

"… *Y, como la trama infundada de esta visión..., las altas Torres, los magníficos Palacios, los solemnes Templos, el* (*mismo* ... *Teatro* '*El*) *Globo'...; todo lo heredado, se disolverá*.

*Y al igual que* (*ese*) *frágil espectáculo* (...), (*no*) *dejará* (*tras de sí, ni*) *rastros siquiera,* (*porque estamos*) *hechos de la misma trama con la que se tejen los sueños y completamos nuestra insignificante vida, durmiendo …*"